

SEMINÁRNE PRÁCE Z MATEMATIKY S GRAFICKÝMI VÝSTUPMI MATHEMATICAL SEMINAR PROJECTS WITH GRAPHICAL OUTPUTS

Dana ORSZÁGHOVÁ

Abstract

Graphic presentation of data and interpretation of results is required from students not only in mathematical subjects but also in study subjects such as economics and management. Based on the content of the compulsory subject Mathematics IA at the Faculty of Economics and Management, the Slovak University of Agriculture in Nitra, the aim of the seminar project is to find the properties and display the graph of a function with one real variable. In this paper we present the results of the analysis of the use of graphical tools and program products by the students in the elaboration of the seminar projects from mathematics. The main topics in which graphic software can be used include the finding a graph of a function based on its properties such as monotonicity and concavity. Graphic output of the seminar work can be prepared by students through freely accessible graphic programs. The elaboration of the seminar paper is part of an individual study which is based on methods of individual work and becomes the basis for lifelong learning. Using the mathematical statistics methods, we compared the success of the problem-solving tasks with the graphical outputs that students elaborated in the seminar works and then they solved in mathematical test.

Keywords

Mathematics, seminar project, graph of a function, graphical output

1 Úvod

Vyučovacie procesy na vysokých školách reflektujú na zmeny, ktoré sa týkajú aktualizácie obsahu študijných predmetov, foriem vzdelávania a uplatňovania moderných vzdelávacích prostriedkov. Tieto zmeny sa uskutočňujú s cieľom prípravy kvalitných absolventov jednotlivých študijných programov, ktorí nájdu po skončení štúdia uplatnenie na trhu práce. Nové informácie a poznatky sú v súčasnosti prístupné prostredníctvom internetu, sociálnych sietí, mediálnych a multimediálnych prostriedkov. Je preto potrebné, aby vzdelávanie na vysokých školách prebiehalo aj prostredníctvom informačných a komunikačných technológií.

Na Fakulte ekonomiky a manažmentu, Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, sa okrem tradičného pripojenia k internetu zabezpečuje aj pripojenie prostredníctvom Wi-Fi siete. Ako uvádza Oláhová (2016), zlepšovaním infraštruktúry sa v roku 2015 dosiahlo pripojenie aj pre mobilný internet (22 prístupových bodov v budove fakulty), zvýšenie prenosovej rýchlosti, zlepšenie bezpečnosti, využívanie cloudových služieb a iné.

Elektronické vzdelávanie sa realizuje na Fakulte ekonomiky a manažmentu aj prostredníctvom nástrojov systému LMS Moodle, ktorý v súčasnosti používa verziu 3.5.2. Tvorcovia kurzov – pedagógovia používajú modul knihy, dotazníky, dochádzka, Quickmail, filter pre glosár a matematické vzorce (Tothová, 2018).

Na fakultách ekonomického a technického zamerania je potrebná matematika a jej metódy na riešenie aplikačných úloh a problémov praxe. Korenova a kol. (2018) poukazujú na to, že vzdelávacie a učebné prostredie bohaté na technológie vyžaduje aj nové prístupy k uplatneniu pedagogických, obsahových a realizačných nástrojov vo výučbe matematiky, pomocou

ktorých sa bude rozvíjať kreativita, kritické a vedecké myslenie, zlepšovať komunikácia a spolupráca. Halás Vančová a Kovačičová (2017) uvádzajú, že súčasné spoločnosti hľadajú vzdelaných ľudí, ktorí vedia svoje vedomosti ďalej rozvíjať. Elektronické vzdelávanie ponúka flexibilnú, lacnú a sofistikovanú formu rozvoja zamestnancov, ktorí svojmu zamestnávateľovi vytvoria pridanú hodnotu vo forme moderných a efektívnych procesov, produktov a služieb.

Jednotlivé trendy sa navzájom ovplyvňujú, pričom zmeny sa prejavujú aj na stredných školách, a to v pedagogike, didaktike matematiky a v samotnom vyučovaní matematiky. Podľa Robovej (2008) sa do školskej matematiky postupne dostávajú rôzne výučbové programy, internet a multimediálne pomôcky. Ako ďalej uvádza, na väčšine stredných škôl v Českej republike sú už počítačové učebne vybavené potrebným softvérom. Aké prostriedky budú učitelia na hodinách matematiky používať, to záleží predovšetkým na ich informovanosti, entuziazme inovovať vzdelávací proces na strednej škole, a samozrejme tiež na finančných možnostiach školy.

Nástroje informačných technológií a dostupných softvérových produktov je možné použiť na získanie pozornosti študentov na prednáškach, pri vysvetlení nových pojmov a na ich grafickú interpretáciu. Pomôžu študentom pochopiť riešenie rôznych aplikačných úloh (Hornýák Gregáňová a kol., 2018), prípadne uľahčia proces adaptácie na vysokoškolský systém vzdelávania založený na metódach samostatného štúdia (Drábeková a kol., 2018). Prístup k elektronickým študijným materiálom prostredníctvom nástrojov informačných technológií je možné uplatniť aj vo výučbe predmetov v cudzom jazyku. Týmto spôsobom sa rozšíria možnosti pre medzinárodnú spoluprácu a nový trend na vysokých školách – výučba študijných programov v cudzom jazyku (Stoffová a Štrbo, 2016).

2 Dáta a metodológia

Hlavný materiál pre spracovanie tohto príspevku sme získali z výučby povinných matematických predmetov na Fakulte ekonomiky a manažmentu (FEM) na Slovenskej poľnohospodárskej univerzite (SPU) v Nitre. Ďalšie podklady a odborný materiál sme získali z riešenia výskumných úloh na Katedre matematiky, ktoré sú zamerané na uplatnenie rôznych nástrojov informačných a komunikačných technológií do matematického vzdelávania.

Hlavná téma, na ktorú sme sa sústredili, sú vlastnosti a graf funkcie s jednou reálnou premennou, ktorá sa preberá v zimnom semestri v predmete Matematika IA na fakulte FEM. V rámci tradičnej prednášky sú študenti postupne oboznámení s postupom zisťovania vlastností funkcie s využitím derivácie a limity funkcie. Zistené vlastnosti je potrebné spojiť a zobrazit' graf funkcie. Na prednáškach študenti môžu sledovať ilustrácie grafov funkcií vytvorené napr. v programe MS Excel, GeoGebra a iných voľne prístupných softvéroch.

Vedomosti získané v predmete Matematika IA môžu študenti v aplikovanej podobe uplatniť v odborných predmetoch, kde sú funkcie ekonomickej analýzy vyjadrené pomocou polynomických a mocninových funkcií. Často je potrebné zistiť, či je ekonomicky výhodné zvýšiť objem výroby (vlastnosť: monotónnosť funkcie), stanoviť, pre aké množstvo vyrábaného tovaru bude zisk maximálny (maximalizácia zisku), prípadne určiť minimálne náklady na výrobu (minimalizácia nákladov), atď. Uvedené tematické úlohy majú študenti k dispozícii v povinnej študijnej literatúre, ktorú vytvorili pedagógovia Katedry matematiky FEM SPU v Nitre (Országhová a kol., 2013; Országhová a kol., 2014; Országhová a kol., 2016).

Metodický postup vychádza z matematickej a deskriptívnej štatistiky. Vyhodnotili sme percentuálnu úspešnosť študentov v riešení čiastkových úloh. Následne sme pomocou párového t-testu overovali nulovú hypotézu, že študenti dosahujú rovnaké bodové hodnotenie

pri riešení čiastkovej úlohy v seminárnej práci a v teste, ktorý píšu počas semestra v škole. Obrázky s grafmi funkcií boli nakreslené pomocou grafického softvéru GraphSight v.1.0. (<http://www.cradlefields.com>).

3 Výsledky a diskusia

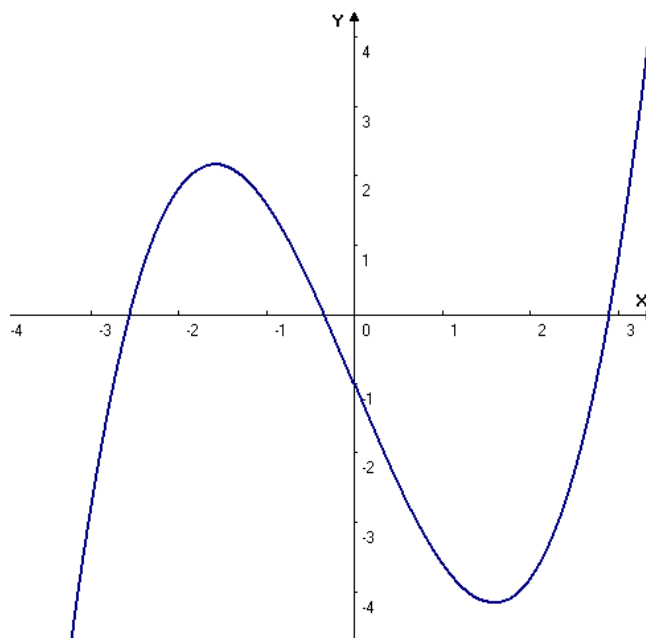
Seminárna práca v predmete Matematika IA obsahuje jednu komplexnú úlohu, v ktorej majú študenti zistiť vlastnosti funkcie a na základe vyriešených čiastkových úloh zobrazíť graf funkcie. Hodnotenie seminárnej práce je pre študentov v dennej aj externej forme štúdia podmienkou na udelenie zápočtu a získané body sú súčasťou výsledného hodnotenia na skúške. Študenti pracujú doma, preto môžu použiť matematickú literatúru, dostupné softvéry na zobrazenie grafu funkcie, niektorí komunikujú aj s pedagógmi v čase konzultačných hodín.

3.1 Typy funkcií v seminárnych prácach

V nasledujúcich ukážkach (Tab. 1) sú zadania funkcií, ktoré študenti majú v seminárnych prácach. Na zistenie monotónnosti funkcie študenti použijú pravidlá pre deriváciu funkcie a následne riešia nerovnice $f'(x) > 0$, resp. $f'(x) < 0$, pričom premenná x sa vyskytuje aj v menovateli zlomku.

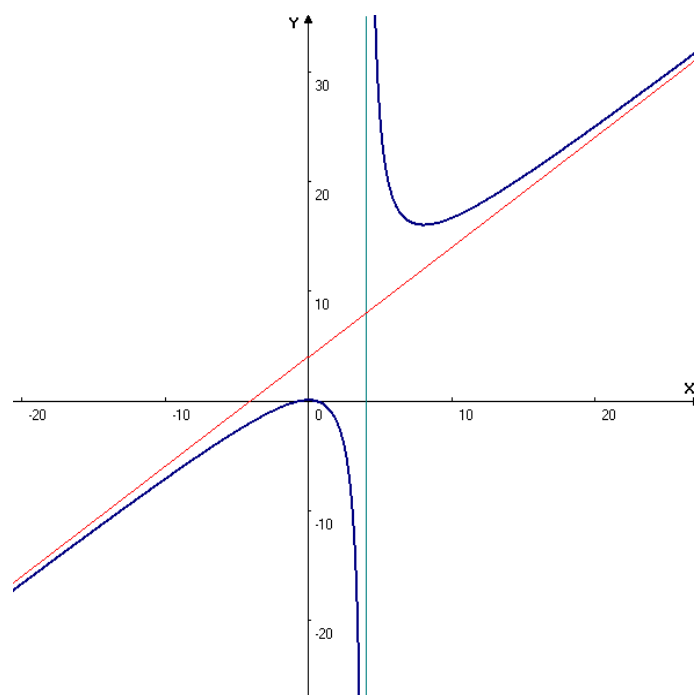
$f : y = x^3 - 6x^2 + 1$	$f : y = x^3 - 6x^2 + 1$	$f : y = x + \frac{1}{x}$
$f : y = \frac{x^2}{x-3}$	$f : y = \frac{x^2 - 4}{x}$	$f : y = \frac{1+x^2}{1-x^2}$

Tab. 1 Zadania funkcií s jednou reálnou premennou



Obr. 1 Graf funkcie $f: y = 0,4x^3 - 3x - 1$

Na Obr. 1 je zobrazený graf polynomickej funkcie, ktorá nemá asymptoty. Na Obr. 2 je zobrazený graf funkcie, ktorá má aj asymptoty, ktoré študenti zisťujú pomocou limity funkcie. Naučiť študentov znázorňovať úlohy graficky môže len pedagóg s dobrým vzťahom ku geometrii, ktorý k riešeniu pripojí aj vhodnú grafickú ilustráciu úlohy.



Obr. 2 Graf funkcie $f: y = \frac{x^2}{x-4}$ a asymptoty grafu

3.2 Hodnotenie úspešnosti študentov v seminárnych prácach

V priebehu akademického roku 2016/2017 sme uskutočnili pedagogický prieskum, ktorého cieľom bolo vyhodnotenie úspešnosti študentov v riešení úloh, ktoré sú súčasťou seminárnej práce na tému „Vlastnosti a priebeh funkcie s jednou reálnou premennou“. Do prieskumu boli zaradené dve študijné skupiny študijného programu „Ekonomika podniku“, ktoré spolu vytvorili štatistický súbor s rozsahom 56 študentov. V Tab. 2 sú uvedené výsledky úspešnosti študentov v riešení čiastkových úloh v seminárnej práci.

1. oblasť definície funkcie	95 %	6. lokálne extrémny funkcie	82 %
2. priesečníky funkcie so súradnicovými osami	92 %	7. intervaly konvexnosti a konkávnosti funkcie	75 %
3. výpočet prvej derivácie funkcie	85 %	8. inflexné body funkcie	75 %
4. intervaly monotónnosti funkcie	82 %	9. asymptoty grafu funkcie	85 %
5. výpočet druhej derivácie funkcie	79 %	10. náčrt/zobrazenie grafu funkcie	70 %

Tab. 2 Úspešnosť riešenia čiastkových úloh v seminárnej práci

Pomocou párového *t*-testu sme testovali nulovú hypotézu o významnosti rozdielov v bodom hodnotení čiastkových úloh. Testovali sme údaje o bodovom hodnotení úlohy „derivácia SP“ (v seminárnej práci) a „derivácia T“ (v teste). Druhú hodnotenú dvojicu tvorili údaje o úlohe „monotónnosť SP“ (v seminárnej práci) a „monotónnosť T“ (v teste). Výpočty boli realizované v MS Excel a výsledky testovania sú uvedené v Tab. 3.

	<i>derivácia SP</i>	<i>derivácia T</i>	<i>monotónnosť SP</i>	<i>monotónnosť T</i>
Mean	2.39	2.29	2.43	2.14
Variance	1.70	1.48	1.52	1.22

Observations	56	56	56	56
Pearson Correlation	0.48		-0.17	
df	55		55	
t Stat	0.62		1.20	
P(T<=t) one-tail	0.27		0.12	
t Critical one-tail	1.67		1.67	
P(T<=t) two-tail	0.54		0.24	
t Critical two-tail	2.004		2.004	

Tab. 3 Výsledky párového t-testu pomocou analytických nástrojov v MS Excel

Z výsledkov uvedených v tabuľke (Tab. 3) vyplýva, že testovacie kritérium (t Stat) neprekročilo kritickú hodnotu (t Critical two-tail) na hladine významnosti $\alpha = 0,05$. Teda v oboch prípadoch nemôžeme zamietnuť nulovú hypotézu, ktorá hovorí, že študenti dosahujú rovnaké bodové hodnotenie v čiastkových úlohách v seminárnej práci, ako aj v písomnom matematickom teste.

4. Záver

Súčasná generácia študentov na stredných a vysokých školách považuje digitálne prostredie a nástroje virtuálneho sveta za bežnú súčasť života, v ktorej sú počas dňa ponorení aj niekoľko hodín. Úlohou vzdelávacích inštitúcií je vytvoriť také aplikácie, aby ich študenti používali na aktívne štúdiu a získavanie nových vedomostí. Patria k nim aj grafické a výpočtové nástroje matematických softvérov. K výhodám používania grafických aplikácií vo vyučovaní matematiky patrí zvýšenie názornosti výučby, uľahčenie pochopenia nového pojmu, aktivizácia študentov a oživenie vyučovacieho procesu, možnosti pre individuálne štúdium, zvýšenie trvalosti vedomostí a dostupnosť elektronickej aplikácie/materiálu v ľubovoľnom čase.

V príspevku sme sa zamerali na grafickú interpretáciu funkcie s jednou reálnou premennou. Štatistický súbor realizovaného pedagogického prieskumu bol tvorený študentmi prvého ročníka na Fakulte ekonomiky a manažmentu Slovenskej poľnohospodárskej univerzity v Nitre v akademickom roku 2016/2017. Vyhodnotili sme percentuálnu úspešnosť študentov v riešení čiastkových úloh v seminárnej práci, ktorú študenti individuálne riešia doma. Pomocou t-testu sme verifikovali nulovú hypotézu, že študenti dosahujú rovnaké bodové hodnotenie pri riešení čiastkovej úlohy v seminárnej práci a v matematickom teste, ktorý píšú v škole počas semestra. Zo zistených výsledkov vyplýva, že rozdiely v bodovom hodnotení čiastkových uvedených čiastkových úloh nie sú významné, teda nulovú hypotézu nezamietame.

Grafická interpretácia riešenia úlohy je súčasťou rozvoja grafickej gramotnosti študentov, ktorí budú vedieť čítať a pochopiť odborné a vedecké texty, ktorých súčasťou sú údaje vo forme grafov, tabuliek a diagramov. Práve matematické predmety poskytujú priestor na zaraďovanie takýchto typov úloh do vzdelávacieho procesu.

Abstrakt

Grafická prezentácia údajov a interpretácia výsledkov sa vyžaduje od študentov nielen v matematických predmetoch, ale aj v odborných predmetoch z ekonómie a manažmentu. Na základe obsahovej náplne povinného predmetu Matematika IA na Fakulte ekonomiky a manažmentu Slovenskej poľnohospodárskej univerzity v Nitre je cieľom seminárnej práce zistenie vlastností a zobrazenie grafu funkcie s jednou reálnou premennou. V príspevku prezentujeme výsledky analýzy použitia grafických nástrojov a programových produktov

študentmi pri vypracovaní seminárnej práce z matematiky. K hlavným témam, v ktorých môžeme grafický softvér použiť, patrí zistenie grafu funkcie na základe jeho vlastností ako monotónnosť, konvexnosť, konkávnosť. Grafický výstup seminárnej práce môžu študenti pripraviť aj prostredníctvom voľne prístupného grafického programu. Vypracovanie seminárnej práce je súčasťou individuálneho štúdia, ktoré je založené na metódach samostatnej práce a stáva sa základom pre celoživotné vzdelávanie. Pomocou metód matematickej štatistiky sme porovnali úspešnosť riešenia úloh s grafickým výstupom, ktoré študenti vypracovali v rámci seminárnej práce a následne riešili v teste z matematiky.

Kľúčové slová

Matematika, seminárna práca, graf funkcie, grafický výstup

PodĎakovanie

Príspevok bol vytvorený v rámci projektu KEGA 029SPU-4/2018: „Digitálne edukačné aplikácie v matematike“.

Literatúra

- [1] Drábeková, J., Pechočiak, T., & Matušek, V. 2018. Mathematical competencies of students entering university studies. Case study of Slovakia. *Mathematics in education, research and applications*, 2018 (4), 1, 23-30. Doi: <https://doi.org/10.15414/meraa.2018.04.01.23-30>.
- [2] *GraphSight v.1.0*. Dátum prístupu 12. Februára, 2019, na <http://www.cradlefields.com>.
- [3] Hornyák Gregáňová, R., Pietriková, M., & Kecskés, N. 2018. Financial and insurance mathematics in practice from students' point of view. *Mathematics in education, research and applications*, 2018(4), 2, 83-87. Doi: <https://doi.org/10.15414/meraa.2018.04.02.83-87>.
- [4] Korenova, L., Kis, M., Lavicza, Z., Ostradicky, P., & Prodromou, T. 2018. New Directions in Nationwide Technology Integration into Mathematics Teaching: The Geomatech Project. *DIVAI 2018*, The 12th international scientific conference on Distance Learning in Applied Informatics, 81-90. ISBN 978-80-7598-059-5 (Print) ISSN 2464-7470 (Print) ISSN 2464-7489 (On-line).
- [5] Olahova, E. 2016. Management of IT environment end users and the impact of new technological solutions. In *The agri-food value chain: challenges for natural resources management and society: international scientific days 2016*, May 19-20, 2016, Nitra, Slovak Republic, conference proceedings. Nitra: Slovak University of Agriculture, 746-751. URL: <http://dx.doi.org/10.15414/isd2016.s9.03>.
- [6] Országhová, D., Gregáňová, R., Pechočiak, T., Farkašová, M., Drábeková, J., & Kecskés, N. 2014. *Matematika s aplikáciami. 2. časť*. 1. vyd. Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita, 2014. 196 s.
- [7] Országhová, D., Matušek, V., Pechočiak, T., Baraníková, H., & Drábeková, J. 2013. *Matematika s aplikáciami. 1. časť*. 1. vyd. Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita, 2013. 312 s.
- [8] Országhová, D., Matušek, V., Pechočiak, T., Hornyák Gregáňová, R., Farkašová, M., Drábeková, J., Kecskés, N., & Baraníková, H. 2016. *Návody na cvičenia z matematiky*. 1. vyd. Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita, 2016. 172 s.
- [9] Robová, J. 2008. Webové aplikácie ve vyučovaní matematiky. In Lengyelfalussy, T.; Horváth, P. (ed.). *5. žilinská didaktická konferencia s medzinárodnou účasťou DidZa* [CD ROM]. Žilina: Žilinská univerzita, 2008, 47–55.
- [10] Stoffová, V., & Štrbo, M. 2016. Educational technologies to support language teaching. *Proceedings of XXIX. DidMatTech 2016*, Eötvös Loránd Tudományegyetem, Budapest, 2016.
- [11] Tothova, D. 2018. E-learning at Slovak University of Agriculture in Nitra. *DIVAI 2018*, The 12th international scientific conference on Distance Learning in Applied Informatics, 195-204. ISBN 978-80-7598-059-5 (Print) ISSN 2464-7470 (Print) ISSN 2464-7489 (On-line).

- [12] Vančová, M. H., & Kovačičová, Z. 2018. Sharing Knowledge and Information Through Corporate e-Learning. *Agile Information Business*, 255-274. Springer, Singapore.

Kontakt

doc. RNDr. Dana Országhová, CSc., Katedra matematiky, Fakulta ekonomiky a manažmentu,
Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, Tr. A. Hlinku 2, 949 76 Nitra, Slovenská republika,
Tel. +421 37 641 4181, e-mail: dana.orszaghova@uniag.sk